



# Il ruolo delle dimostrazioni in matematica

di Emanuele Bottazzi

*Secondaria di 2° grado - Matematica*

Cara lettrice, caro lettore,

una delle attività principali in matematica è quella della **dimostrazione**. Tratto distintivo della disciplina, permette di verificare che un'affermazione sia vera oltre ogni ragionevole dubbio. Ma è davvero questo l'unico ruolo delle dimostrazioni?

## Dimostrazioni per spiegare

Secondo il professor De Villiers della Stellenbosch University in Sudafrica le dimostrazioni ricoprono altri quattro ruoli oltre a quello di **verificare le affermazioni matematiche**. Oltre alla verifica, infatti, una buona dimostrazione dovrebbe spiegare il motivo per cui una certa affermazione è vera. Questo ruolo è assente in alcune dimostrazioni ottenute mediante i computer, come quella del teorema dei quattro colori. In quel caso molti matematici concordano che il teorema sia stato verificato, ma che la dimostrazione non abbia portato a un reale aumento di conoscenza.

## Dimostrazioni per sistematizzare

Un terzo ruolo delle dimostrazioni è quello di **sistematizzare la conoscenza acquisita**. Questo ruolo entra in gioco solo nel momento in cui sono già stati dimostrati diversi risultati che, a posteriori, possono essere sistematizzati mediante assiomi e definizioni. In questo caso il lavoro del matematico non consiste nel produrre nuova conoscenza, ma nell'**organizzare** quella precedente in un quadro unitario che possa fornire un approccio unificante a risultati all'apparenza slegati. La dinamica appena descritta è avvenuta per esempio all'inizio del Novecento con l'assiomatizzazione della geometria e dell'aritmetica.

## Dimostrazioni per scoprire

L'attività di dimostrazione di un teorema può permettere ai matematici di scoprire delle proprietà ulteriori rispetto a quelle dalle quali erano partiti. Questo succede ogni volta che una dimostrazione aiuta a capire come generalizzare un teorema, per esempio eliminando delle ipotesi che si sono rivelate superflue.

## Dimostrazioni per comunicare

Infine le dimostrazioni hanno un ruolo sociale: quello di stabilire delle forme di comunicazione accettabili all'interno della comunità matematica. Utilizzando questo metodo, matematici di tutto il mondo possono ragionare insieme sulle stesse idee, **costruire un consenso** o identificare errori mediante controesempi. Secondo il professor Thom dell'Institut des hautes études scientifiques francese, questo aspetto delle dimostrazioni come strumento di comunicazione ha permesso nel corso della storia di evitare o di affrontare in modo tempestivo errori che, se non riconosciuti, avrebbero potuto invalidare l'intero edificio della matematica.

## Le dimostrazioni nella didattica della matematica

Secondo il professor Hersh della University of New Mexico, a scuola il ruolo principale delle dimostrazioni non deve essere di verificare le affermazioni, ma di spiegarle. Se una dimostrazione è troppo complessa per gli studenti, Hersh propone di sostituirla con attività diverse, per esempio delle verifiche empiriche (che, nella pratica matematica, sono spesso l'origine delle congetture che poi verranno dimostrate) o la ricerca di esempi e controesempi.

## PER APPROFONDIRE

- Il professor De Villiers ha scritto diversi articoli sul ruolo delle dimostrazioni in matematica e a scuola. Uno di essi si può consultare alla pagina <http://mzone.mweb.co.za/residents/profmd/proofa.pdf>
- Due articoli del professor Ambrisi (ex presidente Mathesis) sul ruolo delle dimostrazioni a scuola:
  - <https://www.matmedia.it/il-ruolo-delle-dimostrazioni-insegnanti-assolutisti-e-umanisti/>
  - <https://www.matmedia.it/le-dimostrazioni-nell-insegnamento/>
- Il ruolo sociale delle dimostrazioni in matematica e la possibilità che esse mutino nel tempo è esposto in modo brillante nel libro *Proofs and Refutations* di Imre Lakatos.